OFDM Sistemleri için Pilot Tabanlı EM Kanal Kestirim Başarımı

Performance of Pilot-Based EM Channel Estimation for OFDM Systems

İlhan Baştürk, Berna Özbek

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, İzmir
{ilhanbasturk,bernaozbek}@iyte.edu.tr

Özetçe

Bu bildiride, dikgen frekans bölmeli çoğullama sistemleri için pilot tabanlı beklenti-enbüyükleme algoritması kullanılarak yapılan kanal kestirimi farklı pilot yerleşimleri için incelenmiştir. Başlangıç kestirimi için pilot sembollerinin frekans-zaman örgüsünde dağıtılarak yerleştirilmesi yöntemi ile sadece ilk sembole pilot yerleştirilerek ardışık olarak kanal kestirimi yapılan yöntem karşılaştırılmış ve başarım sonuçları ortalama karesel hata ve bit hata oranı grafikleriyle gösterilmiştir. Ayrıca her iki yöntemin karmaşıklığının karşılaştırılması için algoritmada kullanılan döngü sayıları verilmiştir.

Abstract

In this work, pilot-based Expectation-Maximization (EM) channel estimation for OFDM systems are studied by considering different pilot placements. In the first method, the pilot symbols are distributed at certain locations in the OFDM time-frequency lattices to find appropriate initial values. In the second method, the pilot symbols are placed in the first OFDM symbol and then a sequential channel estimation is applied. These two methods are compared and the performances are studied in terms of mean square error and bit error rate. Moreover, the number of iterations used in the algorithm are given to compare the complexity of the methods.

1. Giriş

Gelişen teknolojiye paralel olarak yeni nesil kablosuz ağlarda oldukça yüksek veri hızlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Ancak çok yollu yayılım ve semboller arası girişim gibi etkiler maksimum veri hızlarını sınırlandırmaktadır. Bu etkileri minimuma indirmek için tek taşıyıcılı iletişim sistemleri yerine çok taşıyıcılı iletişim sistemleri tercih edilmektedir. Bu çok taşıyıcılı iletişim sistemlerine en iyi aday dikgen frekans bölmeli çoğullama (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)' dir. OFDM, frekans seçici gezgin iletişim kanalını birbiriyle örtüşebilen belli sayıda alt-kanallara ayırıp, bilgiyi birbirine dik olarak seçilmiş alttaşıyıcı frekanslardan gönderir [1].

Gönderilen verinin en az hata ile geri elde edilebilmesi için OFDM alıcı kısmında doğru ve etkili bir kanal kestirimi gereklidir. Kanal kestirimi yapılırken, bant genişliğini en verimli şekilde kullanmak ve işlem karmaşasından kurtularak en iyi sonucu almak temel amaçtır. Literatürde birçok kanal kestirim yöntemi bulunmaktadır. Bunlardan en çok kullanılanı pilot semboller ile kanal kestirimi yapmaktır. Frekans-zaman örgüsünde belli noktalara pilot semboller yerleştirip, bu noktalardaki kanal katsayılarını en küçük kareler algoritması (Least Squares, LS) yardımıyla kestirip daha sonra frekans-zaman ekseninde çeşitli aradeğerleme teknikleri kullanarak iki boyutlu veya iki tek boyutlu kanal kestirimi yapılabilir [2]. LS algoritması yerine en küçük ortalamalı karesel hata algoritması da kullanılabilir. Bu algoritma performans olarak daha iyi olmasına rağmen işlemsel olarak karmaşıktır ve ayrıca kanalın ikinci dereceden istatistiksel özelliklerinin bilinmesine ihtiyaç vardır [2, 3]. Bu nedenlerle LS algoritması daha çok tercih edilmektedir.

Beklenti-Enbüyükleme (Expectation-Maximization, EM) algoritması [4] OFDM sistemlerinde kanal kestirimi için tercih edilen bir başka algoritmadır. Diğer algoritmalarla karşılaştırıldığında performans açısından daha iyi sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir [5].

Bu çalışmada OFDM sistemleri için pilot tabanlı EM kanal kestirimi yapılmıştır. Pilot semboller kullanılarak yapılan başlangıç kanal kestiriminde, farklı sayıda pilot sembollerin frekans-zaman örgüsünde iki farklı şekilde yerleştirilmesi ile elde edilen iki yöntem performans açısından karşılaştırılmıştır. Bildirinin 2. bölümünde OFDM sistem modeli tanımlanmakta, 3. bölümünde karşılaştırılan yöntemler anlatılmakta, 4. bölümünde karşılaştırılan yöntemlerin başarımı bilgisayar benzetimi yardımıyla verilmekte ve 5. bölümde de bu çalışmada elde edilen sonuçlar açıklanmaktadır.

2. Sistem Modeli

Bu bölümde, OFDM sistemlerinin verici ve alıcı yapısı incelenecektir. Ayrıca pilot semboller kullanılarak yapılan kanal kestirim teknikleri ve EM algoritması kullanılarak yapılan kanal kestirimi tanımlanacaktır.

2.1 OFDM verici ve alıcı yapısı

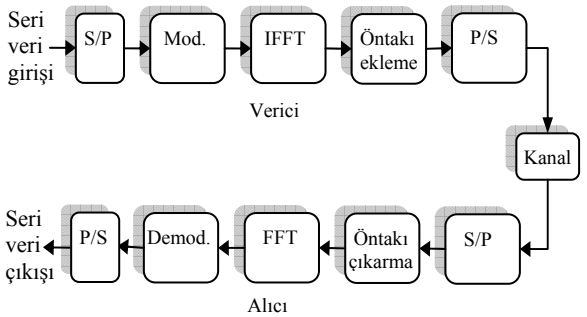
Şekil 1'de temel bir OFDM sistemi alıcı ve verici kısmıyla birlikte gösterilmektedir. Öncelikle seri bitler seri-paralel dönüştürücüden geçirilir ve elde edilen vektör modüle edilerek veri sembollerine dönüştürülür. Daha sonra Ters Hızlı Fourier Dönüşümü (Inverse Fast Fourier Transform, IFFT) uygulanan bu semboller K tane alttaşıyıcıya eşlemlenir ve $X(1), \ldots, X(K)$ şeklinde karmaşık değişkenlerle ifade edilir. Semboller arası girişimi engellemek için çevrimsel öntakı eklenir ve paralel veri seri veriye dönüştürülüp frekans seçici

Authorized licensed use limited to: ULAKBIM UASL - IZMIR YUKSEK TEKNOLOJI ENSTITUSU. Downloaded on October 04,2021 at 07:48:41 UTC from IEEE Xplore. Restrictions apply.

kanaldan iletilir. Alıcı kısmında çevrimsel öntakı çıkarılır ve Hızlı Fourier Dönüşümü (Fast Fourier Transform, FFT) uygulanır. Frekans ortamında elde edilen veri

$$Y_n(k) = H_n(k)X_n(k) + N_n(k) \quad k = 1,...,K \quad n = 1,...,N \qquad (1)$$

yukarıda verilen formülle ifade edilebilir. Burada $H_n(k)$ frekans ortamında k'inci alttaşıyıcı ve n'inci OFDM sembol için karmaşık kanal katsayılarını, $N_n(k)$ ise beklenen değeri sıfır, varyansı σ^2 olan toplanabilir beyaz Gauss gürültüsünü ifade etmektedir.



Şekil 1: OFDM sistem modeli.

2.2. Pilot semboller yardımıyla kanal kestirimi

Pilot semboller yardımıyla kanal kestirimi çok kullanılan ve iyi sonuçlar veren güvenilir bir kanal kestirim tekniğidir.

Frekans ortamında, LS algoritmasıyla öncelikle pilot sembollerin konumundaki kanal katsayıları aşağıda verilen şekilde kestirilir.

$$\hat{H}_n(k) = \frac{Y_n(k)}{X_n(k)} = H_n(k) + \frac{N_n(k)}{X_n(k)} \qquad (2)$$

Yukarıdaki formülde k ve n sırasıyla pilot sembollerin frekans ve zaman eksenindeki yerlerini temsil etmektedir.

Bütün alttaşıyıcılardaki kanal katsayılarını elde etmek için frekans ekseninde Ayrık Fourier Dönüşüm (Discrete Fourier Transform, DFT) tabanlı aradeğerleme teknikleri uygulanabilir. Öncelikle, pilot sembollerden elde edilen frekans ortamındaki kanal kestirim vektörü, $\underline{\hat{H}}_n = \left[\hat{H}_n(1), \hat{H}_n(D_f+1),..., \hat{H}_n((N_f-1)D_f+1)\right]^T$ bulunur. Burada N_f frekans ekseni boyunca yerleştirilen pilot sembol sayısını, D_f ise bu sembollerin birbirlerine olan mesafesini ifade etmektedir. Elde edilen vektör daha sonra aşağıda gösterildiği gibi zaman ortamına dönüştürülür.

$$\underline{\hat{h}}_n = \mathbf{F}^{-1}\underline{\hat{H}}_n \qquad (3)$$

Burada **F,** $N_f \times N_f$ boyutundaki DFT matrisini temsil etmektedir. Kanalın dal sayısının L_f ile sınırlı olduğunu varsayarak, filtrelenmiş bir kanal cevabı elde etmek için $\underline{\hat{h}}_n$ bir filtreden geçirilir:

$$\underline{\hat{h}}_n^{(0)} = \mathbf{W}\underline{\hat{h}}_n \qquad (4)$$

(4) formülünde kullanılan **W,** $L_f \times N_f$ boyutlu filtreleme matrisidir. Daha sonra elde edilen ifadeye DFT uygulanarak n'inci. OFDM sembol için başlangıç kanal kestirimi elde edilir.

$$\underline{\hat{H}}_n^{(0)} = \mathbf{V}\underline{\hat{h}}_n^{(0)} \qquad (5)$$

Bu formülde **V,** $K \times K$'lık DFT matrisinin ilk L_f kolonundan oluşan $K \times L_f$ boyutlu bir matristir.

Bir çerçevede N adet OFDM sembol kullanıldığında diğer kanal katsayılarını kestirmek için zaman ortamında lineer, kübik vs. gibi aradeğerleme teknikleri kullanmak gerekir.

2.3. EM tabanlı kanal kestirimi

Pilot semboller yardımıyla bölüm 2.2' de anlatıldığı gibi bir başlangıç kanal kestirimi yaptıktan sonra kanal kestirimini iyileştirmek için EM algoritması uygulanır. Öncelikle OFDM çerçevesinde bir OFDM sembol olduğunu varsayarak işlemlerimizi yapacak olursak zaman indisi n göz ardı edilebilir. Verilen $X(k)$ ve $H(k)$ değerleri için $Y(k)$'nın olasılık yoğunluk fonksiyonu (probability density function, pdf) aşağıdaki gibi verilebilir.

$$f(Y(k)|X(k),H(k)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left|Y(k)-H(k)X(k)\right|^2\right\} \qquad (6)$$

Gönderdiğimiz $X(k)$ sinyalini QPSK olarak modüle ettiğimizde gönderilen bitleri ikişerli kümeler halinde dört adet sembolle X_i, $1 \le i \le C$ şeklinde ifade edebiliriz. Burada C işaret kümesi büyüklüğünü gösterip modülasyon tipine göre aldığı değer değişir. Tüm C değerlerinin eşit olasılıkta olduğunu varsayıp (6) formülündeki ifadenin $X(k)$ değişkeni üzerindeki şartlı pdf'nin ortalamasını alarak, verilen $H(k)$ için $Y(k)$' nın pdf'ni aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$f(Y(k)|H(k)) = \sum_{i=1}^{C}\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 C}}\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}\left|Y(k)-H(k)X_i\right|^2\right\} \qquad (7)$$

OFDM çerçevesinde birden fazla OFDM sembol kullanıldığı durum için formüllerimizi genel bir hale dönüştürebiliriz. N adet OFDM sembol boyunca kanalın durağan olduğunu düşünebiliriz. N sembol sayısı boyunca bir alttaşıyıcı için alınan sinyal vektörünü $\underline{Y}=[Y_1(k),...,Y_N(k)]$ ve gönderilen sinyal vektörünü $\underline{X}=[X_1(k),...,X_N(k)]$ şeklinde tanımlayıp EM algoritmasının terminolojisinden faydalanarak ($\underline{Y}$) ve ($\underline{Y}$,$\underline{X}$)'i sırasıyla eksik ve tam veri olarak isimlendiriyoruz. Eklenebilir beyaz Gauss gürültünün sembolden sembole her alttaşıyıcı için bağımsız olduğunu kabul edersek, eksik verinin şartlı pdf'ini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$f(\underline{Y}|H_n(k),\underline{X}) = \prod_{n=1}^{N} f(Y_n(k)|H_n(k),X_n(k)) \qquad (8)$$

Böylece eksik verinin logaritmik olabilirlik fonksiyonu

Authorized licensed use limited to: ULAKBIM UASL - IZMIR YUKSEK TEKNOLOJI ENSTITUSU. Downloaded on October 04,2021 at 07:48:41 UTC from IEEE Xplore. Restrictions apply.

$$\log f(\underline{Y}|H_n(k),\underline{X}) = \sum_{n=1}^{N} \log f(Y_n(k)|H_n(k),X_n(k)) \qquad (9)$$

(9)'daki gibi ve tam verinin logaritmik olabilirlik fonksiyonu

$$\log f(\underline{Y},\underline{X}|H_n(k)) = \sum_{n=1}^{N} \left\{ \log \frac{1}{C} f(Y_n(k)|H_n(k),X_n(k)) \right\} \qquad (10)$$

(10)'daki gibi verilir.

Biz alışılagelmiş en büyük olabilirlik (Maximum Likelihood, ML) kestiriminde $f(\underline{Y},H_n(k))$ fonksiyonunu en büyüten $H_n(k)$' ı bulmaya çalışırız. Fakat, log $f(\underline{Y},H_n(k))$ fonksiyonu birçok üstel fonksiyonun toplamını içerdiğinden işlenmesi o kadar kolay değildir. Bu durumda her adımda olabilirliği yükselten EM algoritmasını kullanırız. EM algoritmasındaki her döngü işleminde p=0,1,2,… $\underline{Y}$' den $H_n(k)$'ı elde etmek için aşağıdaki iki işlem uygulanır.

E-adımı:

$$Q(H_n(k)|H_n^{(p)}(k)) = E_{\underline{X}}\left\{ \log f(\underline{Y},\underline{X}|H_n(k))|\underline{Y},H_n^{(p)}(k) \right\} \qquad (11)$$

M-adımı:

$$\tilde{H}_n^{(p+1)}(k) = \arg\max_{H} Q(H_n(k)|H_n^{(p)}(k)) \qquad (12)$$

(11) ve (12) numaralı formüllerde gerekli işlemler yapıldıktan sonra (p+1)'inci kanal kestirimi $\tilde{H}_n^{(p+1)}(k)$ aşağıdaki şekilde bulunur.

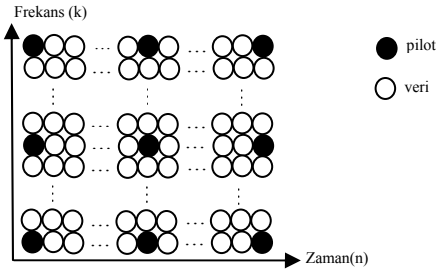
$$\tilde{H}_n^{(p+1)}(k) = \frac{\left[\sum_{i=1}^{C}\sum_{n=1}^{N} Y_n(k) X_i^* \dfrac{f(Y_n(k)\,|\,H_n^{(p)}(k),X_i)}{f(Y_n(k)\,|\,H_n^{(p)}(k))} \right]}{\left[\sum_{i=1}^{C}\sum_{n=1}^{N} |X_i|^2 \dfrac{f(Y_n(k)\,|\,H_n^{(p)}(k),X_i)}{f(Y_n(k)\,|\,H_n^{(p)}(k))} \right]} \qquad (13)$$

(13) formülünde elde ettiğimiz kanal kestirim ifadesi K tane alttaşıyıcı için bulunduktan sonra bölüm 2.2' de (4) ve (5) denklemlerinde anlatıldığı gibi bir alçak geçiren filtreden geçirilip gürültüsü yok edilir. Daha sonra bulunan kanal kestirim ifadesi EM algoritmasıyla daha iyi bir hale dönüşene kadar bir döngüye sokulur. Bu döngü $H_n^{(p+1)}(k)$ ve $H_n^{(p)}(k)$ arasındaki fark yeteri kadar küçük olana kadar devam eder.

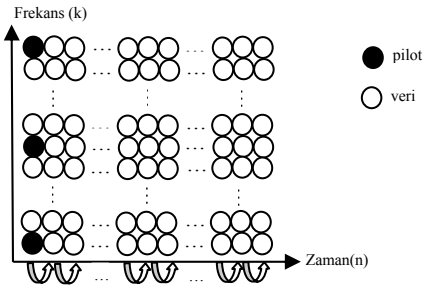
3. Karşılaştırılan Yöntemler

[5]'te kullanıldığı gibi birinci yöntemde başlangıçta kanalı kestirmek için pilot sembolleri frekans-zaman örgüsünde Şekil 2' deki gibi yerleştirdik. Daha sonra frekans ve zaman ortamında bölüm 2.2' de anlattığımız gibi çeşitli aradeğerleme teknikleri kullanarak tüm çerçeve için kanal kestirimini yaptık. Başlangıçta elde ettiğimiz bu kanal katsayılarına EM algoritması uygulayıp alçak geçiren filtreden geçirip kestirim sonucunu iyileştirdik. Bu yöntemde bir çerçeve için toplam 64 pilot sembol kullandık ve hem zaman hem de frekans ortamında aradeğerleme yaptık.

Ardışık kanal kestirimi olarak adlandırdığımız ikinci yöntemde ise sadece ilk OFDM sembole Şekil 3' te görüldüğü gibi pilot semboller yerleştirdik. Frekans ortamında LS algoritmasıyla pilot sembollerin bulunduğu yerlerdeki kanal katsayılarını kestirdik. Bütün alttaşıyıcıların kanal katsayılarını kestirmek için frekans ekseni boyunca DFT tabanlı aradeğerleme tekniği uyguladık. Daha sonra elde ettiğimiz kestirim sonuçlarına EM algoritması uygulayıp alçak geçiren bir filtreden geçirdik ve kestirim sonucumuzu iyileştirdik. Bir sonraki OFDM sembolünün kanal katsayılarını elde etmek için ise bir önceki sembolde bulduğumuz kanal katsayılarını başlangıç kestirimi olarak alıp EM algoritması uyguladık. Bu işlemi tüm çerçevedeki OFDM sembolleri için tekrarladık. Ardışık kanal kestirim yönteminde bir çerçeve boyunca toplam 8 adet pilot sembol kullandık ve sadece frekansta aradeğerleme yaptık.



Şekil 2: Birinci yöntem için pilot sembollerin frekans-zaman örgüsünde yerleşimi.



Şekil 3: İkinci yöntem için pilot sembollerin frekans-zaman örgüsünde yerleşimi.

Her iki yöntemde de kanalın dal sayısını bildiğimizi varsayarak işlemlerimizi yaptık.

4. Bilgisayar Benzetimleri

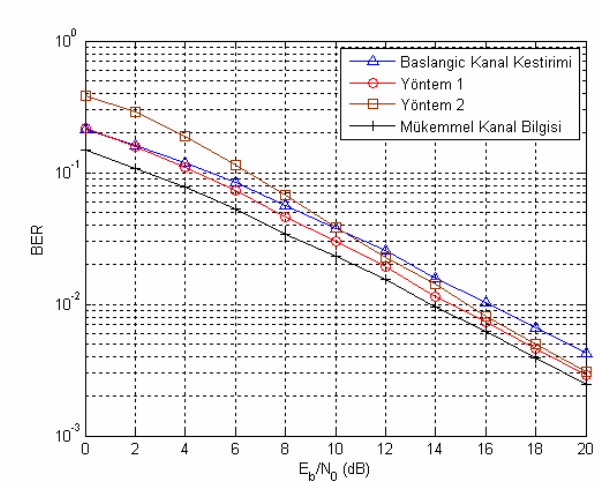
Bölüm 3'te verilen birinci ve ikinci yöntemlerin başarımı bilgisayar benzetimi yardımıyla ortalama karesel hata (Mean Square Error, MSE), bit hata oranı (Bit Error Rate, BER) ve EM algoritmasında kullanılan döngü sayıları olarak verilmiştir. Benzetimde 64 alttaşıyıcılı bir OFDM sistemi kullanılmıştır. Alttaşıyıcıların birbirine dik olmasını sağlamak amacıyla 20 µs öntakı süresi ile birlikte toplam OFDM sembol süresi 100 µs alınmıştır. Sistemde modülasyon tipi olarak QPSK kullanılmıştır. Benzetimde kullandığımız kanal 8 dallı, zamanla değişen ve Doppler frekansı 100 Hz olan çok yollu bir kanaldır. Bir OFDM çerçevesinde 64 OFDM sembol

Authorized licensed use limited to: ULAKBIM UASL - IZMIR YUKSEK TEKNOLOJI ENSTITUSU. Downloaded on October 04,2021 at 07:48:41 UTC from IEEE Xplore. Restrictions apply.

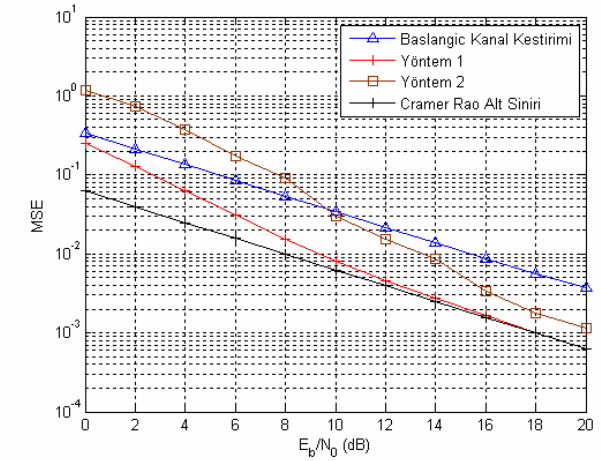
kullanılmıştır. Birinci yöntem için bir çerçevede toplam 64 adet pilot sembol ve 4032 adet veri sembolü ikinci yöntem için ise bir çerçevede toplam 8 adet pilot sembol, 4088 adet veri sembolü kullanılmıştır.

Şekil 4'teki BER sonuçlarına bakıldığında ardışık kanal kestirim yöntemi olarak adlandırdığımız daha az sayıda pilot kullanılan ikinci yöntem 10 dB'den sonra birinci yöntemle aynı performansı göstermiş ve mükemmel kanal bilgisine yaklaşmıştır. EM algoritması kullanılmayan ve sadece pilot semboller kullanılarak elde edilen başlangıç kanal kestirimine göre ise 2 dB daha iyi sonuç vermiştir.

Şekil 5'te gösterilen kanal kestirim başarım sonuçlarına bakıldığında birinci yöntem yaklaşık 14 dB'den sonraki yüksek E_b/N_0 değerlerinde hemen hemen Cramer Rao alt sınırıyla (Cramer Rao Lower Bound, CRLB) aynı düzeye gelmiştir. İkinci yöntem yine 10 dB'den sonra başlangıç kanal kestiriminden daha iyi sonuçlar vermiş ve birinci yönteme yakınsamaya başlamıştır.



Şekil 4: Bit hata oranlarının karşılaştırılması.

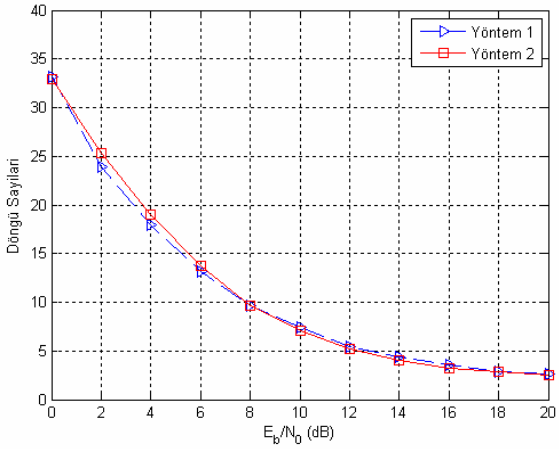


Şekil 5: Kanal kestirimi başarım sonuçlarının karşılaştırılması.

Sistemin karmaşıklığının karşılaştırılması açısından Şekil 6'da EM algoritmasındaki döngü sayıları karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlara bakıldığında döngü sayıları her iki yöntem için hemen hemen aynıdır. İkinci yöntemde zamanda aradeğerleme yapılmadığı için karmaşıklığı daha azdır.

5. Sonuç

Bu çalışmada OFDM sistemlerinde pilot tabanlı EM algoritması kullanılarak kanal kestirimi yapılmış ve başlangıç kanal kestiriminde farklı yerlerde ve farklı sayıda pilot semboller kullanılarak performansları karşılaştırılmıştır. Ardışık kanal kestirimi olarak adlandırılan yöntemde daha az sayıda pilot sembol kullanılmasına rağmen 10 dB'den sonraki E_b/N_0 değerlerinde fazla pilot sembol kullandığımız birinci yöntemle aynı performansı göstermiştir. Bu durumda, pilot sayısının düşük olması nedeniyle aynı bant genişliğinde daha fazla veri gönderilmesi sağlanmıştır. Her iki yöntemde EM algoritmasında aynı döngü sayılarına sahiptir. Ayrıca birinci yöntemde hem frekans hem de zaman ortamında aradeğerleme yapılmasına karşın, ardışık kanal kestiriminin yapıldığı ikinci yöntemde sadece frekans ortamında aradeğerleme yapılarak sistemin karmaşıklığı azaltılmıştır.



Şekil 6: Döngü sayılarının karşılaştırılması

6. Kaynakça

[1] L. J. Cimini Jr., "Analysis and simulation of a digital mobile channel using orthogonal frequency division multiplexing", *IEEE Trans. Communications*, cilt.33, n. 7, s. 665-675,1985

[2] Coleri S. ,Ergen M. , Puri A. , Bahai A. , "Channel Estimation Techniques Based on Pilot Arrangement in OFDM Systems", *IEEE Transactions on Broadcasting*, cilt. 48 , n.3, 2002

[3] J.-J. van de Beek, O. Edfors, M. Sandell, S. K. Wilson, and P. O. Borjesson, "On channel estimation in OFDM systems", *in Proc. 45th IEEE Vehicular Technology Conference (VTC '95)*, cilt. 2, s. 815-819,Chicago, USA, Temmuz 1995.

[4] T. K. Moon, "The expectation-maximization algorithm" *IEEE Signal Processing Magazine*, cilt. 13, n. 6 s. 47-60, 1996

[5] X. Ma, H. Kobayashi, and S. C. Schwartz, "EM-Based Channel Estimation Algorithms for OFDM", *EURASIP Journal on Applied Signal Processing,* n. 10, s. 1460-1477, 2004

Authorized licensed use limited to: ULAKBIM UASL - IZMIR YUKSEK TEKNOLOJI ENSTITUSU. Downloaded on October 04,2021 at 07:48:41 UTC from IEEE Xplore. Restrictions apply.